

转子不平衡量对角接触球轴承-刚性转子系统 动力学耦合特性的影响

陈世金¹, 帅琪琪¹, 陈晓阳¹, 顾家铭², 刘朝霞³

(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200072;

2. 上海集优机械股份有限公司 上海天安轴承有限公司, 上海 201108;

3. 中国航天科技集团有限公司 中国航天电子技术研究院
北京航天控制仪器研究所, 北京 100039)

摘 要: 建立了高速角接触球轴承-刚性转子系统完全动力学数值仿真模型。以某仪表轴承支承的转子系统为例, 分析了转子不平衡量对转子振动响应、轴承内部载荷分布以及保持架质心运动轨迹、频域幅值变化及其磨损的影响。结果表明: 无转子不平衡量时, 转轴振动仅包含保持架频率, 而转子不平衡时, 转轴振动除保持架频率, 还包含内圈频率及其倍频。随着转子不平衡量的增大, 内圈频率对应的转轴振动幅值逐渐增大, 而保持架频率对应的转轴振动幅值先减小后增大。球与内外圈接触载荷波动随着转子不平衡量的增大而增大, 且载荷包含了保持架频率与内圈频率的多种耦合频率。转子不平衡量越大, 保持架质心运动越不稳定, 而保持架磨损率反而逐渐降低。保持架质心运动除保持架频率外, 还包含保持架频率与内圈频率的耦合频率, 说明保持架运动受转子振动的影响。

关 键 词: 轴承-转子系统; 转子不平衡; 保持架; 动力学耦合; 振动响应

中图分类号: V241.5⁺51; TH133.33

文献标志码: A

Influence of rotor unbalance on dynamic coupling characteristics of angular contact ball bearing-rigid rotor system

CHEN Shijin¹, SHUAI Qiqi¹, CHEN Xiaoyang¹, GU Jiaming², LIU Zhaoxia³

(1. School of Mechatronic Electrical Engineering and Automation,
Shanghai University, Shanghai 200072, China;

2. Shanghai Tian'an Bearing Company Limited,
Shanghai Prime Machinery Company Limited, Shanghai 201108, China;

3. Beijing Institute of Aerospace Control Devices,
China Academy of Aerospace Electronics Technology,
China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100039, China)

Abstract: A complete dynamic numerical simulation model of the high-speed angular contact ball bearing-rigid rotor system was established. Taking an instrument bearing-rotor system as an example, the influences of rotor unbalance on the vibration response of the rotor, the load distribution of the bearing, the movement trajectory and frequency domain amplitude change of the

收稿日期: 2020-11-12

基金项目: 国家“十二五”基础科研项目上海大学子项(D. 50-0109-15-001)

作者简介: 陈世金(1993-), 男, 博士, 主要从事滚动轴承-转子系统动力学研究。

引用格式: 陈世金, 帅琪琪, 陈晓阳, 等. 转子不平衡量对角接触球轴承-刚性转子系统动力学耦合特性的影响[J]. 航空动力学报, 2021, 36(10): 2126-2138. CHEN Shijin, SHUAI Qiqi, CHEN Xiaoyang, et al. Influence of rotor unbalance on dynamic coupling characteristics of angular contact ball bearing-rigid rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(10): 2126-2138.

cage mass center and its wear were analyzed. The results showed that when there was no rotor unbalance, the shaft vibration only included the cage frequency, and when the rotor was unbalanced, the shaft vibration included the inner ring frequency and its multiples in addition to the cage frequency. As the rotor unbalance increased, the shaft vibration amplitude corresponding to the inner ring frequency gradually increased, while the shaft vibration amplitude corresponding to the cage frequency first decreased and then increased. The fluctuation of the contact load between the ball and rings increased with the rotor unbalance, and the contact load included multiple coupling frequencies of the cage frequency and the inner ring frequency. The greater rotor unbalance indicated the more unstable mass center movement of cage, but the lower cage wear rate. In addition to the cage frequency, the mass center movement of cage also included the coupling frequency of the cage frequency and the inner ring frequency, indicating that the cage movement was affected by the rotor vibration.

Key words: bearing-rotor system; rotor unbalance; cage; dynamics coupling; vibration response

高速角接触球轴承广泛应用于航空发动机主轴、航天惯性仪表、新能源汽车主轴以及高速精密机床主轴等高速转子系统中^[1],轴承的动态性能直接关系到转子的响应,同时转子的振动也会影响轴承内部载荷分布以及各零件运动状态等^[2]。然而,目前对单个的轴承动态性能研究以及滚动轴承动态性能对转子系统影响的研究已经较多,但是转子振动等对轴承动力学特性的反作用研究还较少,因此,需要迫切展开转子振动、不平衡等对轴承动力学性能尤其是对保持架动态特性影响的研究。

目前对轴承的力学分析已经非常全面深入,1907年,Stribeck^[3]首先应用Hertz接触理论建立了球轴承的静力学模型,推导了钢球的载荷分布与径向载荷之间的关系。1959年,Jones^[4]轴承分析中考虑了球的离心力和陀螺力矩,并提出套圈控制理论,率先建立了球轴承拟静力学分析模型,奠定了球轴承的动力学基础。Harris等^[5]在Jones建立的拟静力学模型的基础上充分考虑弹性流体动力润滑的作用,并抛弃了Jones模型中的套圈控制理论,利用滚动体和套圈之间的位移-变形相容条件确定滚动体和套圈的变形和受力,通过求解非线性方程组得到滚动体的公转和自转速度,建立了球轴承分析的拟动力学模型。Walters^[6]最早建立了球4自由度、保持架6自由度的球轴承动力学模型,奠定了滚动轴承保持架动力学分析的基础。Gupta等^[7-11]建立了所有零件具有6自由度的滚动轴承完全动力学模型,可以模拟时变工况下轴承零件的瞬态运动特性,并系统分析了工况、润滑、

摩擦以及几何等因素对保持架稳定性的影响。国内基于滚动轴承动力学模型的保持架动态特性研究近10年有了较快发展,刘秀海、叶振环、牛蔺楷、张涛以及陈世金等^[12-17]以Gupta动力学模型为基础针对各自工况进行一定简化,对保持架的动态性能分析提供了诸多有益探讨。但是,上述分析和讨论均只针对单个孤立的轴承,未考虑到转子耦合效应在其运转过程对其动力学效应的影响。

目前在轴承-转子系统的研究中,主要集中在转子不平衡^[18-21]、轴承波纹度^[22]和间隙^[23-24]等对转子系统的响应的影响,而并非考虑对轴承动力学特性的影响,且一般将轴承简化为刚度阻尼系统,简化方法不仅无法分析轴承的动力学特性,而且对转子系统的响应也存在预测不准的问题。转子系统反过来影响支承轴承动力学特性的研究较少。Ashtekar和Sadeghi^[25]基于Admas平台建立了轴承-转子系统一体化模型,并分析了轴向预紧力对轴承内部载荷分布以及保持架动态特性的影响。Hikmet等^[26]基于拟静力学模型建立了考虑弹流润滑的球轴承-刚性转子系统模型,并分析了油膜对转子响应的影响。叶振环^[27]根据滚动轴承的内圈与转子之间相互作用,考虑滚动体与内圈之间接触合力与转子载荷的平衡条件及转子的位移与轴承内圈位移的协调条件,建立滚动轴承-转子系统的拟动力学模型,并分析转子对滚动轴承振动的影响,但未考虑到轴承保持架的动力学效应。Li等^[28]基于Gupta动力学模型提出了一个滚动轴承-柔性转子模型,并分析了轴承间隙对轴承内部载荷分布的影响,同样地,保持架的动力学

效应未被考虑。Wen等^[29]建立了考虑转子不平衡的轴承-刚性转子系统动力学模型,并分析了转子不平衡对角接触球轴承保持架运动的影响规律,但是其模型中仅单向考虑了转子对轴承的影响,而未考虑到轴承变刚度振动对转子响应的影响,因此转子振动仅包含内圈频率而不包含保持架频率,这与试验结果是不符的。

综上所述,现有的轴承分析模型要么针对单个孤立的轴承,要么对轴承进行简化,未建立轴承-转子系统的完全动力学模型。本文将基于已有的单个角接触球轴承完全动力学数值仿真模型,考虑轴承各零件与转子之间的相互作用关系,建立高速角接触球轴承-刚性转子系统完全动力学数值仿真模型,并分析转子不平衡量对转子振动响应、轴承内部载荷分布、保持架质心运动轨迹、频域幅值变化及其磨损的影响,并以文献试验结果对所建立的高速角接触球轴承-刚性转子系统完全动力学数值仿真模型加以验证。

1 角接触球轴承-刚性转子系统动力学模型

1.1 坐标系定义及坐标转换

轴承各零件以及转子之间相互作用如图1所示。定义惯性坐标系 (X_i, Y_i, Z_i) 、套圈定体坐标系

$$T(\eta, \xi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos \xi \cos \lambda & \cos \eta \sin \lambda + \sin \eta \sin \xi \cos \lambda & \sin \eta \sin \lambda - \cos \eta \sin \xi \cos \lambda \\ -\cos \xi \sin \lambda & \cos \eta \cos \lambda - \sin \eta \sin \xi \sin \lambda & \sin \eta \cos \lambda + \cos \eta \sin \xi \sin \lambda \\ \sin \xi & -\sin \eta \cos \xi & \cos \eta \cos \xi \end{bmatrix} \quad (1)$$

零件在定体坐标系中的角速度与3次旋转的角度 (η, ξ, λ) 之间的关系为^[30]

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\cos \xi \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \sin \xi & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{\xi} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ 为各零件在定体坐标系中的角速度分量。

1.2 轴承各零件及转子之间的相互作用

如图1所示,在惯性坐标系中,球心相对套圈中心的位置向量为

$$\mathbf{R}_{rbkj}^i = \mathbf{R}_{bkj}^i - \mathbf{R}_{rbk}^i \quad (3)$$

将其转换到套圈坐标系中为

$$\mathbf{R}_{rbkj}^{rbk} = \mathbf{T}_{irbk} \mathbf{R}_{rbkj}^i \quad (4)$$

式中 $\mathbf{T}_{irbk}$ 为从惯性坐标系到套圈坐标系的转换矩阵,可根据套圈的定体坐标系确定,上标 rbk 表示第 k 个轴承的套圈坐标系。

球在套圈坐标系中的方位角可表示为

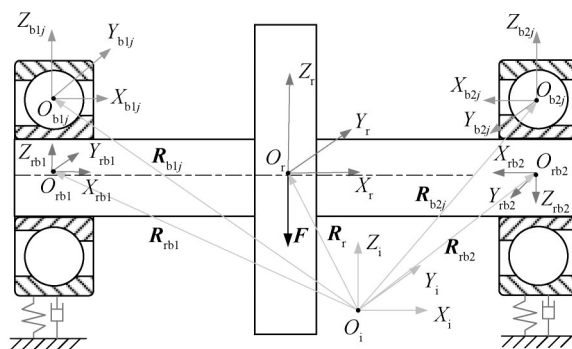


图1 轴承-转子系统相互作用

Fig.1 Bearing-rotor system interaction

$(X_{rbk}, Y_{rbk}, Z_{rbk})$ (k 代表第 k 个轴承)以及转子定体坐标系 (X_r, Y_r, Z_r) 。以第 k 个轴承为例介绍轴承零件以及转子之间的相互作用力计算。在惯性坐标系中,转子的几何中心 O_r 由位移向量 $\mathbf{R}_r$ 确定,钢球的几何中心 O_{bkj} 由位移向量 $\mathbf{R}_{bkj}$ 确定,套圈的几何中心 O_{rbk} 由位移向量 $\mathbf{R}_{rbk}$ 确定。在套圈定体坐标系中,位移矢量 $\mathbf{R}_{crbk}$ 定义了套圈沟曲率中心 O_{rbk} 相对套圈几何中心 O_{rbk} 的相对位置。定义钢球方位坐标系 $(X_{bkj}, Y_{bkj}, Z_{bkj})$ 。

在分析轴承-转子各个零件之间的相互作用时需要各个坐标系进行相互转换,将惯性坐标系转换到定体坐标系可通过3次相继的旋转实现,转换矩阵为^[30]

$$\theta_{rbkj} = \arctan \left(\frac{-R_{rbkj2}^{rbk}}{R_{rbkj3}^{rbk}} \right) \quad (5)$$

式中 R_{rbkj2}^{rbk} 、 R_{rbkj3}^{rbk} 为向量 $\mathbf{R}_{rbkj}^{rbk}$ 的分量。

在方位角 θ_{rbkj} 处沟曲率中心相对套圈中心的位置向量为

$$\mathbf{R}_{crbkj}^{rbk} = [0, -R_f \sin \theta_{rbkj}, R_f \cos \theta_{rbkj}]^T \quad (6)$$

式中 R_f 为套圈沟曲率中心轨迹圆半径,对于内圈

$$R_f = \frac{d_m}{2} + \left(r_i - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_0 \quad (7)$$

对于外圈

$$R_f = \frac{d_m}{2} + \left(r_o - \frac{D_w}{2} \right) \cos \alpha_0 \quad (8)$$

式中 d_m 表示节圆直径, r_i 和 r_o 表示内外圈沟曲率半径, D_w 为钢球直径, α_0 为轴承初始接触角。

在球的方位坐标系中,球心相对于套圈沟曲率中心的位置向量为

$$\mathbf{R}_{bcjk}^{rbk} = \mathbf{T}_{iajk} \mathbf{T}_{irbk}^{-1} (\mathbf{R}_{rbkj}^{rbk} - \mathbf{R}_{crbkj}^{rbk}) \quad (9)$$

式中 $T_{ia_{kj}} = T(\psi_{kj}, 0, 0)$ 为从惯性坐标系到球的方位坐标系的转换矩阵, ψ_{kj} 为第 j 个球在惯性坐标系中的方位角。

球与套圈的接触角定义为

$$\alpha_{kj} = \arctan\left(\frac{-R_{bckj1}^{akj}}{R_{bckj3}^{akj}}\right) \quad (10)$$

式中 R_{bckj1}^{akj} 、 R_{bckj3}^{akj} 为向量 R_{bckj}^{akj} 的分量。

将 R_{bckj}^{akj} 转换到球与套圈的接触坐标系中为

$$R_{bckj}^i = T_{akji} R_{bckj}^{akj} \quad (11)$$

式中 $T_{akji} = T(0, \alpha_{kj}, 0)$ 为从方位坐标系到球与套圈接触坐标系的转换矩阵。

球与套圈的接触变形量可表示为

$$\delta_{kj} = \left| R_{bckj3}^i \right| - \left(\frac{r_{i/o}}{D_w} - 0.5 \right) D_w \quad (12)$$

式中 R_{bckj3}^i 为向量 R_{bckj}^i 的分量。

球与套圈滚道的法向接触力可由 Hertz 点接触理论计算得

$$Q = K_{br} \delta_{kj}^{1.5} \quad (13)$$

式中 K_{br} 为 Hertz 点接触载荷-变形系数。

对于球与滚道的接触,在接触椭圆内压力和滑动速度的变化较大。然而,由于接触椭圆的短半轴一般较窄,滑动速度沿短轴的变化可以忽略,可将接触区域沿长轴等距条形划分,如图 2 所示。接触坐标系的原点固定在接触椭圆中心, X_t 轴沿椭圆长轴方向, Z_t 轴沿接触面法向。

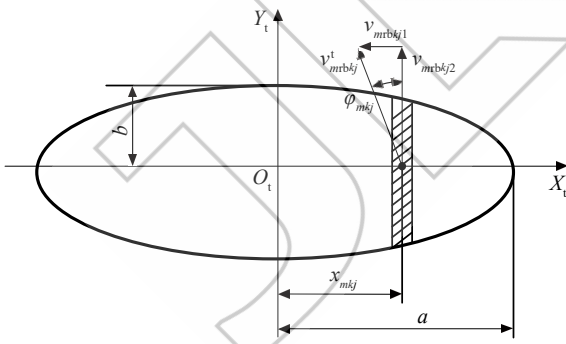


图 2 接触椭圆内窄条中心处的滑动速度

Fig.2 Sliding speed at the center of the narrow strip in the contact ellipse

在分析球与滚道的相互作用时,一般假设球心在空间固定,内外圈相对球转动,在接触区第 m 个窄条中心处,球和套圈上的线速度分别为

$$v_{mbkj}^i = T_{akji} \omega_{bckj}^{akj} \times R_{mbkj}^i \quad (14)$$

$$v_{mrbk}^i = T_{it} [v_{rbk}^i + (T_{rbk}^{-1} \omega_{rbk} - [\dot{\psi}_{kj}, 0, 0]^T) \times R_{mrbk}^i] \quad (15)$$

式中 v_{rbk}^i 为套圈中心的平移速度, ω_{bckj}^{akj} 、 ω_{rbk}^i 分别为

球和套圈的角速度, R_{mbkj}^i 是接触坐标系中第 m 个窄条中心相对球心的位置向量, R_{mrbk}^i 是惯性坐标系中第 m 个窄条中心相对套圈中心的位置向量, T_{it} 为从惯性坐标系到球与套圈接触坐标系的转换矩阵。

窄条中心处套圈相对球的滑动速度矢量为

$$v_{mrbkj}^i = v_{mrbk}^i - v_{mbkj}^i \quad (16)$$

每个窄条中心处的滑动速度和等效载荷可表示为

$$V_{mkj} = \sqrt{(v_{mrbkj1}^i)^2 + (v_{mrbkj2}^i)^2} \quad (17)$$

$$Q_{mkj} = \frac{3Q}{4a} \left(1 - \frac{x_{mkj}^2}{a^2} \right) \frac{a}{N} \quad (18)$$

式中 v_{mrbkj1}^i 、 v_{mrbkj2}^i 为速度矢量 v_{mrbkj}^i 的分量, a 为接触椭圆长轴, N 为长半轴内分割窄条数。

窄条中心处的切向力可计算得

$$F_{vmkj} = \mu_{mkj} Q_{mkj} \quad (19)$$

式中 μ_{mkj} 为拖动系数,与窄条中心处的滑动速度以及两接触表面的粗糙度和油膜厚度有关,具体计算方法和参数设置可参见文献[16]。

沿接触椭圆长轴和短轴的切向分力根据滑动速度的方向确定为

$$\begin{aligned} F_{vmkix} &= -F_{vmkj} \sin \varphi_{mkj} \\ F_{vmkijy} &= F_{vmkj} \cos \varphi_{mkj} \end{aligned} \quad (20)$$

式中 φ_{mkj} 为窄条中心处滑动速度与接触坐标系 Y_t 轴的夹角, $\varphi_{mkj} = \arctan\left(\frac{-v_{mkj1}^i}{v_{mkj2}^i}\right)$ 。

窄条上的作用力对套圈的力矩矢量为

$$M_{mrbkj}^i = T_{it} r_{mrbkj}^i \times [-F_{vmkix}, -F_{vmkijy}, 0]^T \quad (21)$$

接触坐标系中,钢球对套圈的作用力矢量为

$$F_{rbkj}^i = \left[-\sum_m F_{vmkix}, -\sum_m F_{vmkijy}, Q \right]^T \quad (22)$$

惯性坐标系中,转子受到轴承钢球的合力为

$$F_{br}^i = \sum_{k=1}^{n_b} \sum_{j=1}^J T_{irbk}^{-1} T_{irbk} F_{rbkj}^i \quad (23)$$

转子定体坐标系中,轴承钢球作用在转子质心的合力矩矢量为

$$\begin{aligned} M_{br}^r &= \sum_{k=1}^{n_b} \left[T_{irbk} T_{it}^{-1} \sum_{j=1}^J \sum_m M_{mrbkj}^i + \right. \\ &\quad \left. (R_r - R_{rbk}) \times \sum_{j=1}^J T_{irbk} F_{rbkj}^i \right] \end{aligned} \quad (24)$$

此外,对于球与保持架、保持架与引导套圈之间的相互作用可以参见文献[15, 31](内圈引导时,还需计算保持架对转子的作用力以及作用力

矩,方法与钢球和转子之间的相互作用计算方法类似,此时轴承非线性轴承力为钢球和保持架对转子的作用力之和以及作用力矩之和),由此就可以建立轴承各零件以及刚性转子的动力学方程。

1.3 轴承各零件及转子的运动微分方程

钢球的质心运动在惯性圆柱坐标系中描述为

$$\begin{cases} m_b \ddot{x} = F_x \\ m_b \ddot{r} - m_b r \dot{\theta}^2 = F_r \\ m_b r \ddot{\theta} + 2m_b \dot{r} \dot{\theta} = F_\theta \end{cases} \quad (25)$$

套圈和保持架的平动运动在笛卡儿坐标系中描述

$$\begin{cases} m_{rbc} \ddot{x} = F_x \\ m_{rbc} \ddot{y} = F_y \\ m_{rbc} \ddot{z} = F_z \end{cases} \quad (26)$$

各个部件的旋转运动在各自的定体坐标系中用动量矩方程描述

$$\begin{cases} I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 = M_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 = M_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 = M_3 \end{cases} \quad (27)$$

转子的运动方程为

$$\begin{cases} m_r \ddot{X} = F_x + F_{br1}^i + F_{cr1}^i \\ m_r \ddot{Y} = F_y + m_{rbc} R \omega^2 \cos(\omega t) + F_{br2}^i + F_{cr2}^i \\ m_r \ddot{Z} = F_z - m_r g + m_{rbc} R \omega^2 \sin(\omega t) + F_{br3}^i + F_{cr3}^i \\ I_y \ddot{\theta}_y - I_z \omega \dot{\theta}_z = M_{ry} + M_{br2}^r + M_{cr2}^r \\ I_z \ddot{\theta}_z + I_y \omega \dot{\theta}_y = M_{rz} + M_{br3}^r + M_{cr3}^r \end{cases} \quad (28)$$

式(28)中前3个方程表示转子的平动运动, F_x 、 F_y 和 F_z 表示转子承受的外力, F_{br1}^i 表示式(23)中左右轴承钢球对转子的合力在 X_i 轴方向的分量, F_{cr1}^i 则表示左右轴承保持架对转子的合力在 X_i 轴方向的分量, F_{br1}^i 与 F_{cr1}^i 之和也就是两轴承的非线性轴承力之和。式中后两个方程为转子的旋转运动方程, M_{ry} 和 M_{rz} 表示转子承受的外力矩, M_{br2}^r 为式(24)中左右轴承钢球对转子的合力矩在转子定体坐标系中 Y_i 轴方向的分量, M_{cr2}^r 为左右轴承保持架对转子的合力矩在转子定体坐标系中 Y_i 轴方向的分量, M_{br2}^r 与 M_{cr2}^r 之和为两轴承的非线性轴承力矩之和。

1.4 轴承-刚性转子系统动力学模型求解

图3为轴承-刚性转子系统动力学模型求解流程图,首先输入轴承和转子的几何、材料以及工

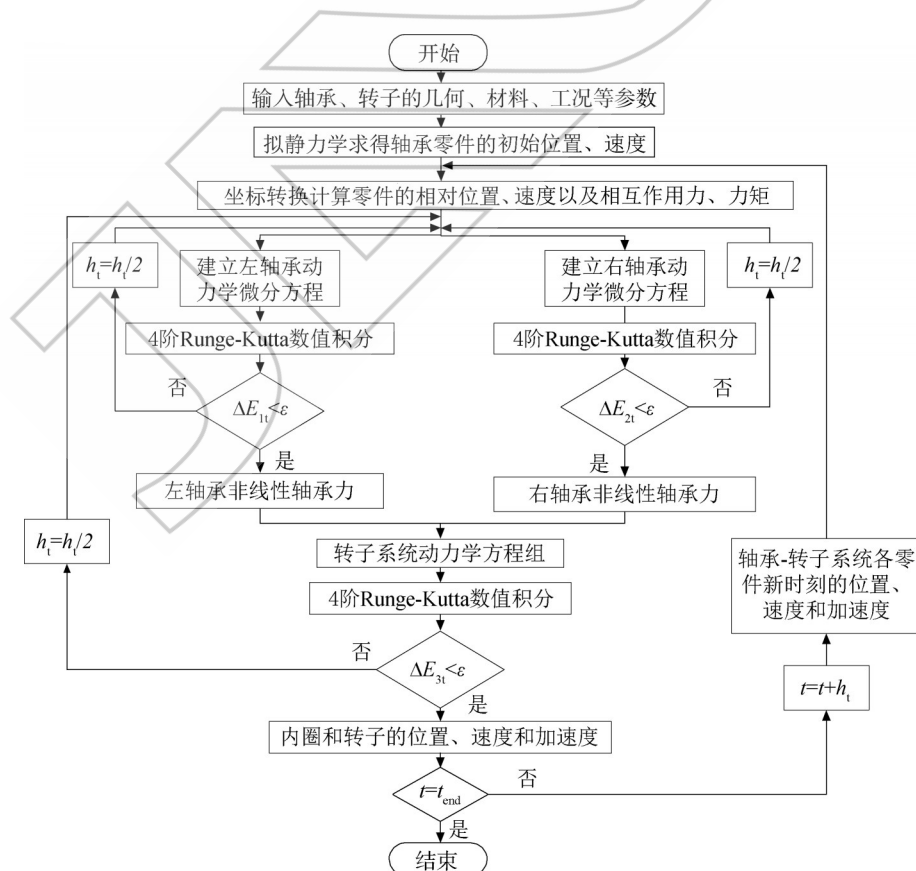


图3 轴承-刚性转子系统动力学模型求解流程图

Fig.3 Flow chart for solving dynamic model of bearing-rigid rotor system

况等参数,采用单个轴承的拟静力学分析程序计算轴承各个零件的位置和速度(转子和内圈固结),将这些结果作为轴承-转子系统动力学计算的初值。坐标转换计算各个轴承内相互接触零件之间的相对位置以及速度,从而得到两零件之间的相互作用力以及力矩,由此建立各个零件的动力学微分方程,采用 4 阶 Runge-Kutta 法对其进行求解得到下一时刻轴承个零件的位置、速度以及加速度,并判断数值积分的截断误差 ΔE 是否小于允许误差 ϵ (本文取 1×10^{-7}),当截断误差大于允许误差时,表明积分步长(h_i)选取过大,导致误差过大,此时需要减小步长重新采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解直至截断误差 ΔE 小于允许误差 ϵ 。当两轴承截断误差均小于允许误差时,计算两轴承的非线性轴承力(也就是钢球以及保持架对内圈的作用力)建立转子的动力学微分方程,同样采用 4 阶 Runge-Kutta 法进行求解,若此时截断误差 ΔE 大于允许误差 ϵ 则需减小步长重新返回求解两轴承的微分方程,反之则表明得到了误差允许范围的下一时刻转子(内圈)位置、速度和加速度,这样反复迭代计算,就可以仿真分析在总时长 t_{end} 范围内的轴承-转子系统动力学特性。

2 结果与分析

采用上述建立的轴承-刚性转子系统动力学数值仿真模型,以某高速仪表转子轴承支承的刚性转子为例进行计算,详细探讨了转子不平衡对转子轴心轨迹、轴承内部载荷以及保持架质心运动和磨损等轴承动力学特性的影响。轴承和转子参数如表 1 和表 2 所示,轴承承受的轴向预载荷为 7 N,内圈转速为 30 000 r/min,表 1 中不平衡量为偏心质量和半径乘积。需要说明的是,本文共仿真了轴承运行 2 s,为便于分析讨论,本文部分结果随机选取 1.95~2.00 s 的值进行分析。此外,由于本文分析的轴承转子系统是对称支撑的,两轴承动态特性完全一致,仅取左侧轴承结果进行分析说明。

2.1 转子不平衡对转轴振动的影响

图 4(a)~图 4(c)分别是不同转子不平衡量下,转轴在 Y 向的位移时域波形图、Y 向位移频谱图以及转轴的轴心轨迹,需要说明的是,图中 f_c 和 f_i 分别表示保持架频率(球公转频率)和内圈频率(转轴旋转频率)。可以看出,在不同转子不平衡量下,转轴都呈现出周期性的振动,且随着不平衡

表 1 轴承-转子系统几何参数
Table 1 Geometric parameters of bearing-rotor system

参数	数值	
内径/mm	4	
外径/mm	11	
节圆直径/mm	7.5	
球径/mm	2.0	
球数	7	
初始接触角/(°)	20	
转子直径/mm	4	
内沟曲率系数	0.535	
不平衡量/(g·cm)	0~0.05	
外沟曲率系数	0.585	
保持架内径/mm	6.53	
保持架外径/mm	8.63	
兜孔间隙/mm	0.135	
挡边间隙/mm	0.24	
转子主转动惯量/ (kg·mm ²)	I_x	0.095
	I_y	22.93
	I_z	22.93

表 2 轴承-转子系统材料参数
Table 2 Material parameters of bearing-rotor system

参数	数值	
	球、套圈和转子	保持架
弹性模量/GPa	207	5
泊松比	0.3	0.36
密度/(g/cm ³)	7.85	1.38
布氏硬度/MPa	8 470	70
磨损系数 ^[23] /10 ⁻⁵	0.5	1.0

量的增加,转轴振动幅值明显增加。当转子无不平衡量时,转轴振动仅包含保持架频率,此时由于钢球旋转过程中位置的变化以及保持架与钢球和引导套圈发生碰撞导致轴承刚度发生周期性的改变,从而引起转轴的周期性振动;而当转子具有不平衡量时,转子振动同时包含了内圈频率、保持架频率以及它们之间的耦合频率,这与文献[29]中的试验结果是吻合的,然而文献[29]仿真结果中转轴振动仅有内圈频率而无保持架频率,这是因为其建立转轴的微分方程时,将轴承简化为刚度

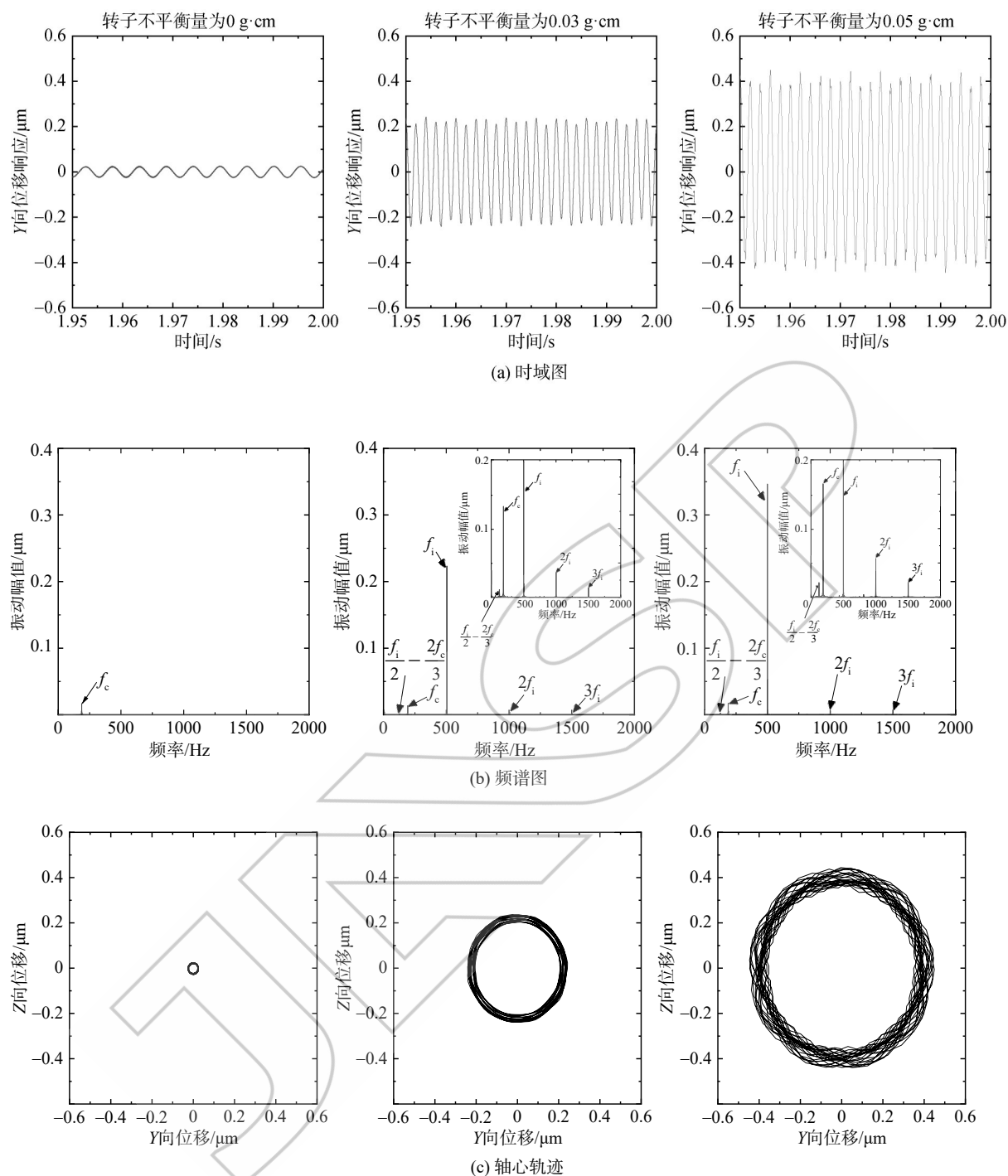


图4 转子不平衡对转轴振动的影响

Fig.4 Influence of rotor unbalance on shaft vibration

固定的系统,只考虑了转子对轴承的影响,而忽略了轴承旋转过程中变刚度变化对转子响应的影响,并导致了与试验结果的差异,这也进一步说明了本文建立模型的准确性以及考虑轴承对转子振动影响的必要性。

图5是转轴Y向振动不同频率成分对应的幅值随转子不平衡量的变化曲线,其中图5(a)是内

圈频率对应的振动幅值,图5(b)是保持架频率对应的幅值。可以看出,随着转子不平衡量的增加,内圈频率对应的振动幅值几乎呈现线性增加的趋势,而保持架频率对应的振动幅值先逐渐减小后逐渐增大。这是因为转子离心力与转子不平衡量成正比,内圈频率对应的振动幅值随转子不平衡量线性增加,并使得钢球和保持架对转轴振动影

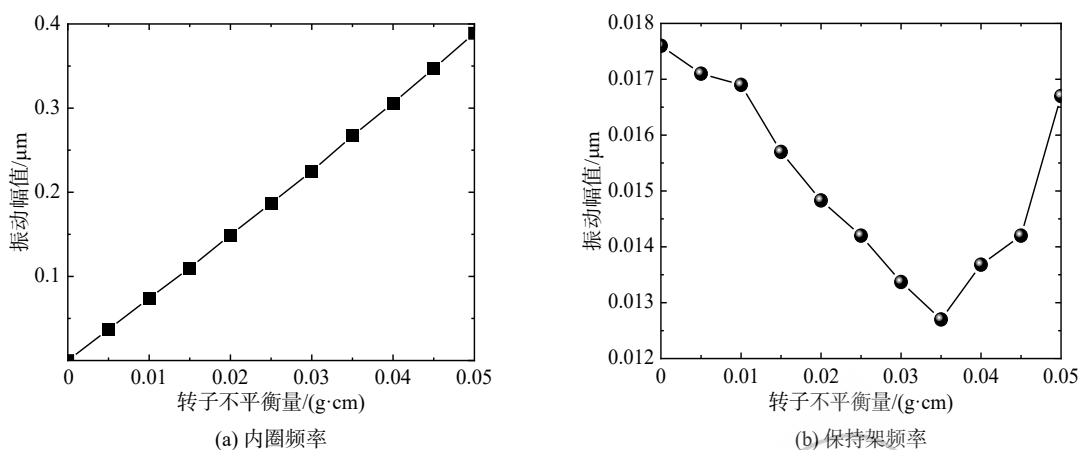


图 5 转子不平衡对转轴振动幅值的影响

Fig.5 Influence of rotor unbalance on vibration amplitude of shaft

响减小,而当不平衡量继续增加到 $0.035 \text{ g} \cdot \text{cm}$ 时,转轴的振动使得钢球的载荷波动以及保持架不稳定性运动明显增大,钢球的载荷波动以及保持架不稳定性运动又反过来使得转轴的振动加剧,因此呈现出保持架频率对应的幅值先减小后增大的趋势(需要说明的是,保持架频率也就是钢球公转频率),而这恰恰也说明了轴承和转子之间是相互耦合影响的。

2.2 转子不平衡对轴承内部载荷分布的影响

钢球与内外圈接触载荷随转子不平衡量的变化如图 6 所示,当转子无不平衡量时,球与内外圈之间的接触载荷变化很小,其频谱图表明微小的载荷变化是由保持架频率造成的。当转子不平衡量增加时,球与内外圈之间的接触载荷呈现周期性的波动,且波动幅度随着转子不平衡量的增加而增大。这是因为随着不平衡量的增加,转轴振动变大,使得内圈承受的周期性的旋转径向载荷增大,导致球在公转过程中呈现周期性的载荷波动加剧。从载荷频谱图可以看出,转子具有不平衡量时,球载荷除了保持架频率外,还包含耦合频率 $lf_i \pm nf_c (l, n = 0, 1, 2, \dots)$,说明球载荷波动是球公转和转子不平衡共同作用的结果。

2.3 转子不平衡对保持架质心运动的影响

转子不平衡量对保持架质心运动的影响如图 7 所示,可以见到,在不同转子不平衡量下,保持架的 Y 向位移都呈现出周期性的变化,保持架的质心运动包含了保持架频率及其倍频以及保持架频率与内圈频率的耦合频率,说明转子周期性的振动对保持架的质心运动产生了影响。此外,可以看出,随着转子不平衡量的增大,保持架频率对

应的幅值逐渐减小,而内圈频率和保持架频率的耦合频率对应的幅值逐渐增大,保持架的质心轨迹也逐渐由规则的圆形变为多边形。这是因为转子不平衡使得轴承内圈产生周期性的振动,进一步导致轴承球载荷周期性的波动,这样球在公转一周的过程中就会存在明显的加速和减速过程,从而加大了球与保持架之间的碰撞力,使得保持架的质心轨迹呈现出多边形状态。

图 8 表示的是转子不平衡量对保持架稳定性和磨损率的影响,图中涡动速度偏差比表示的是保持架质心运动速度的标准差与平均速度的比,比值越小对应的保持架质心运动越稳定。涡动速度偏差比的计算公式为

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ci} - \bar{v}_c)^2} \quad (29)$$

式中 v_{ci} 表示保持架在时刻 i 的涡动速度, $\bar{v}_c$ 是涡动速度的平均值。

时间平均磨损率的计算公式为

$$W(T) = \frac{1}{T} \int_0^T K \frac{Q(t)V(t)}{H} dt \quad (30)$$

式中 T 表示总的仿真时间; K 和 H 为常数,分别表示保持架的磨损系数和硬度; $Q(t)$ 和 $V(t)$ 分别表示保持架与球或引导套圈在 t 时刻的碰撞力以及滑动速度。

可以看出,随着转子不平衡量的增加,保持架的涡动速度偏差比逐渐增大,保持架的稳定性逐渐变差,而对应的保持架的磨损率反而逐渐降低。这是因为当保持架处于稳定的涡动状态时,保持架与球以及引导套圈之间的作用力虽然比

较小,但是作用频率却高得多,因此接触磨损的时间更长,保持架的磨损反而更大。所以,保持架的设计需要综合考虑保持架的稳定性和磨损,

不能仅单独地追求更好的保持架稳定性或更低的磨损率。

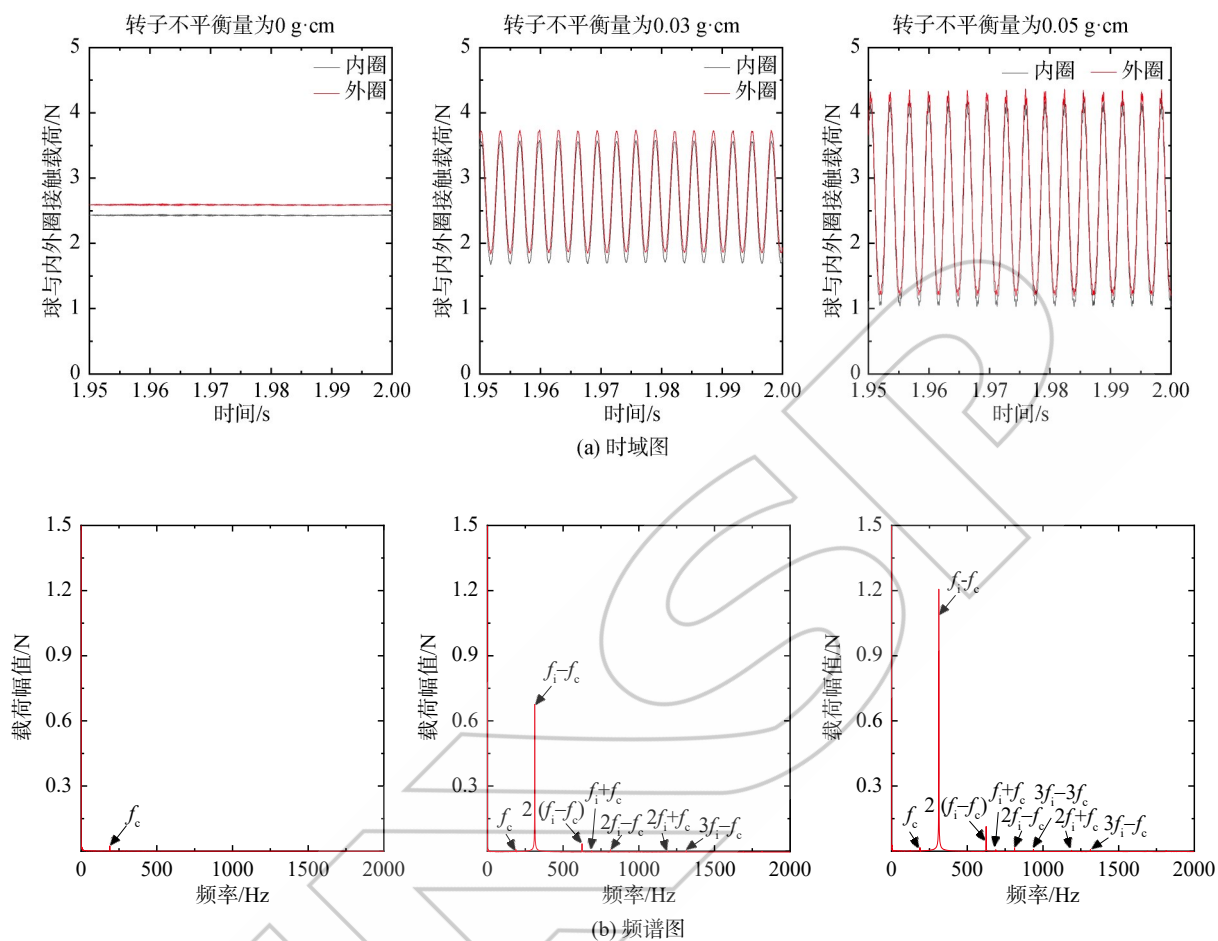
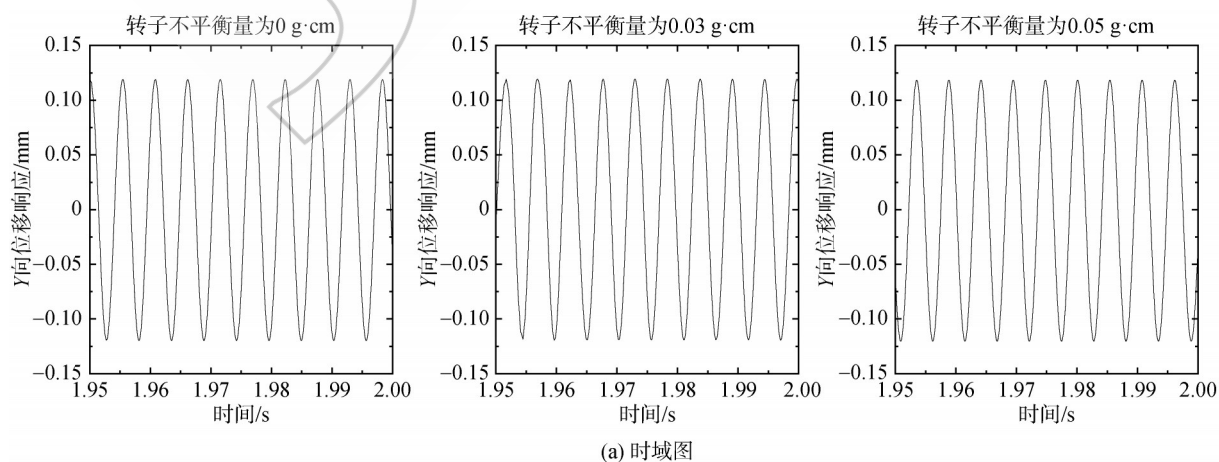


图 6 转子不平衡对球与内外圈接触载荷的影响

Fig.6 Influence of rotor unbalance on the contact load between ball and inner and outer rings



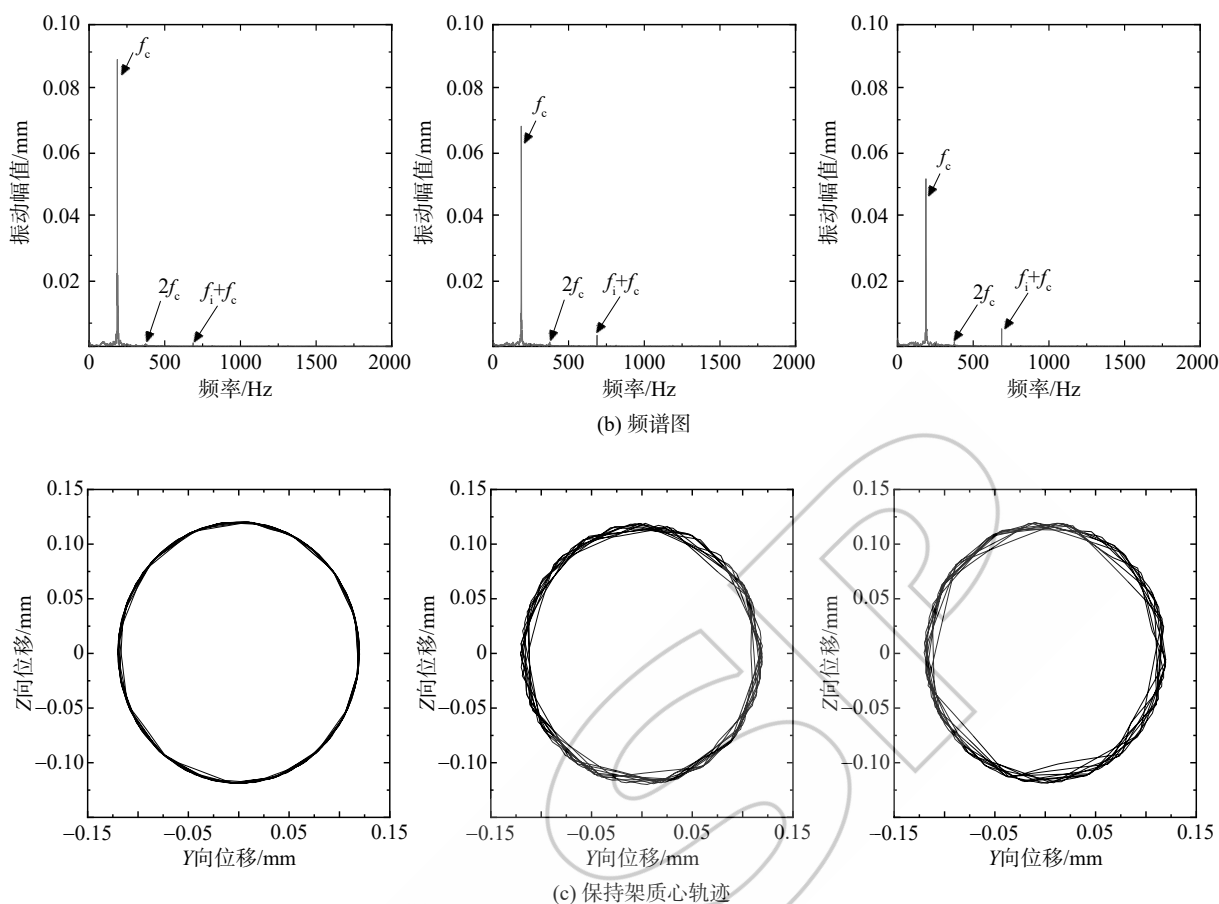


图 7 转子不平衡对保持架质心运动的影响

Fig.7 Influence of rotor unbalance on mass center movement of cage

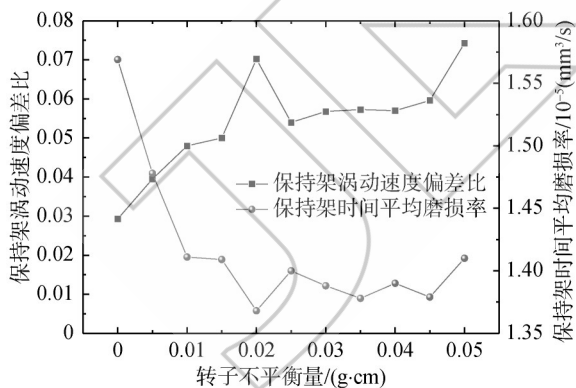


图 8 转子不平衡对保持架稳定性和磨损率的影响

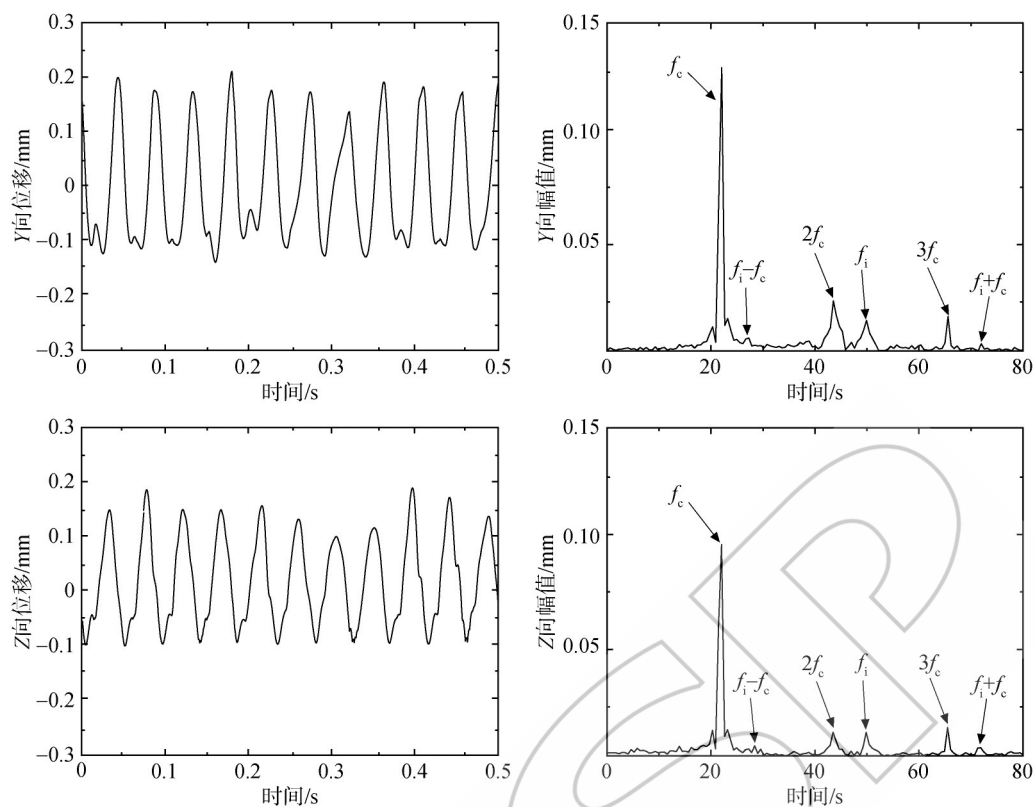
Fig.8 Influence of rotor unbalance on the stability and wear rate of cage

3 模型验证

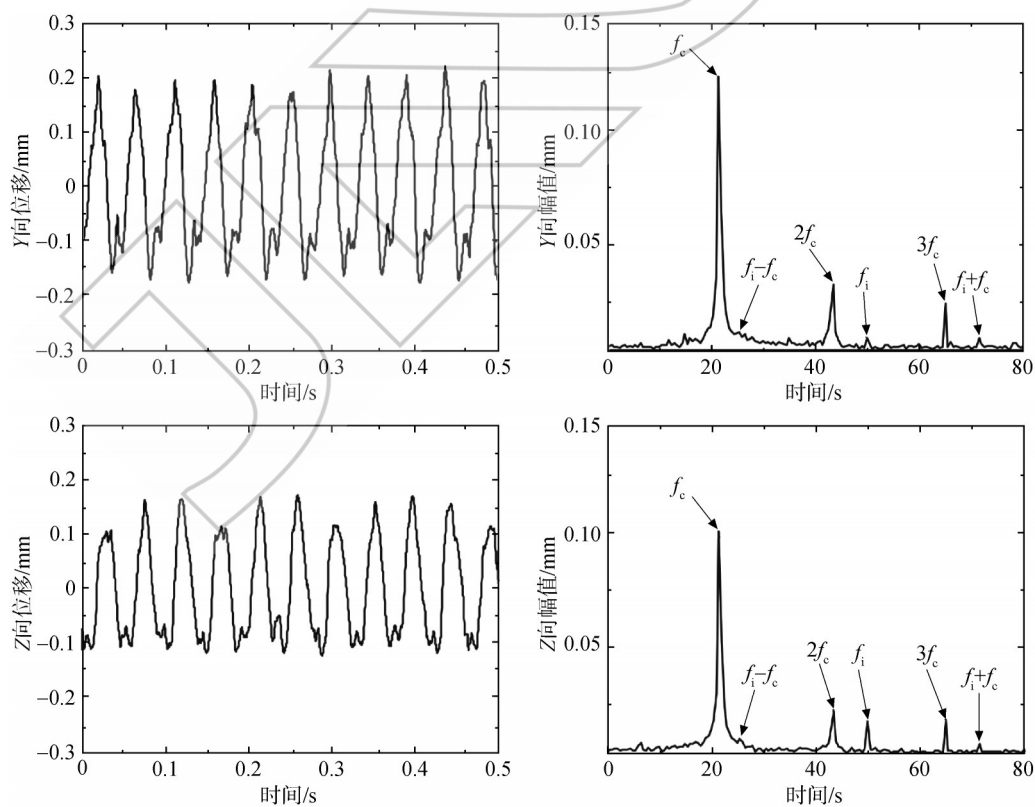
为验证本文建立的角接触球轴承-刚性转子系统动力学数值仿真模型,取文献[29]试验结果进行对比分析,文献中试验机转轴质量为 43 kg、长度为 0.5 m,转子偏心距和偏心质量分别为 0.18 m 和 24 g,支承轴承型号为 7013AC,试验工

况为轴承轴向预紧力 800 N,内圈转速 3 000 r/min,具体的轴承-转子参数可参见文献[29],本文数值仿真的输入参数与文献中试验参数保持一致。数值仿真的保持架质心运动结果与文献中的试验结果分别如图 9(a)、图 9(b)所示,可以看出仿真结果中保持架的质心运动在时域和频域上均与文献中的试验结果有较好的一致性,主要区别在于数值仿真结果内圈频率对应的幅值略大于试验值,这可能是试验中轴承座是由刚度较差的“鼠笼”支撑,在一定程度上减弱了转子不平衡响应的影响,而数值仿真中假定外圈是固定的,因此产生了一定的差异。

图 10 中给出的是文献[29]中转子偏心距和偏心质量分别为 0.18 m 和 12 g 时保持架质心运动的数值仿真结果,需要指出的是文献中仿真工况与试验工况不完全一致,但是对比图 9 和图 10 还是可以发现,文献数值仿真结果中保持架质心的 Z 向位移随时间的变化近乎是正弦波形,只有一个主峰,而其试验结果与本文仿真结果中除了



(a) 数值仿真结果



(b) 文献[29]试验结果

图9 保持架质心运动

Fig.9 Mass center movement of cage

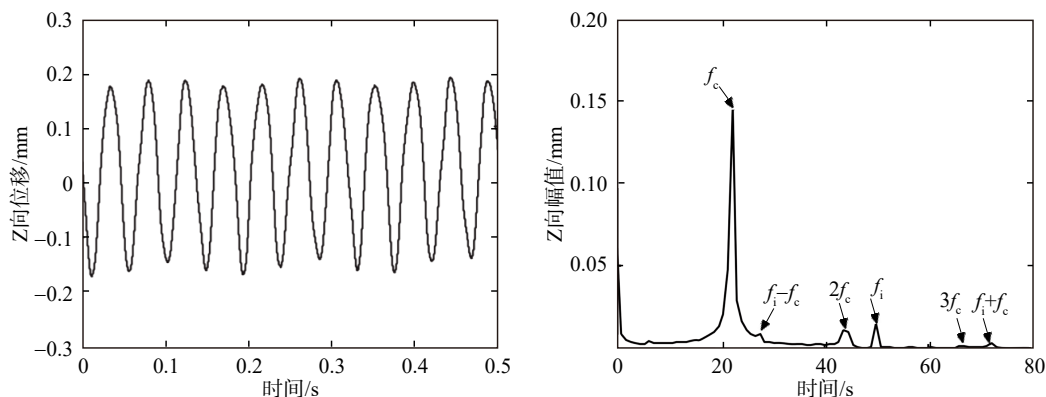


图 10 文献[29]中保持架质心运动的数值仿真结果

Fig.10 Numerical simulation results of mass center movement of cage in Ref.[29]

主峰外在波谷处均有周期性的小波峰,这是因为文献中数值仿真模型建立转子的微分方程时,未考虑轴承变刚度振动的影响,因此轴承和转子之间不是一个相互耦合的模型,保持架的质心运动与试验相比更规则,频率成分更少,这也进一步说明了本文数值仿真模型的准确性以及可靠性。

4 结 论

本文建立了高速角接触球轴承-刚性转子系统相互耦合的动力学模型,并通过与文献试验结果对比验证了所建立模型的正确性,在此基础上,详细探讨了转子不平衡量对转轴振动、钢球载荷以及保持架质心运动和磨损率的影响,并得出如下结论:

1) 无转子不平衡量时,转轴振动仅包含保持架频率 f_c ,而转子不平衡时,转轴振动除保持架频率外,还包含内圈频率 f_i 及其倍频;随着转子不平衡量的增大,内圈频率 f_i 对应的转轴振动幅值逐渐增大,而保持架频率 f_c 对应的转轴振动幅值先减小,不平衡量增加到 $0.035 \text{ g} \cdot \text{cm}$ 时开始增大,这是由于保持架不稳定运动反作用于转子造成的。

2) 球与内外圈接触载荷波动随着转子不平衡量的增大而增大,载荷频谱包含了保持架频率与内圈频率的多种耦合频率,且 $f_i - f_c$ 对应的幅值最大,说明球载荷波动是球公转和转子不平衡共同作用的结果。

3) 随着转子不平衡量越大,保持架质心轨迹逐渐由规则的圆形变为多边形,质心运动稳定性逐渐变差,而保持架磨损率反而逐渐降低。保持架质心运动除保持架频率 f_c 外,还包含保持架频率与内圈频率的耦合频率,说明保持架运动受转

子振动的影响。

4) 转轴的振动除包含内圈频率外,还包含保持架频率及其倍频,而内部载荷分布及保持架质心运动除包含保持架频率外,还包含内圈频率及它们之间的耦合频率,说明了转子和轴承之间动态特性是相互影响相互耦合的,不能单独的对它们进行分析。

参考文献:

- [1] 张涛,陈晓阳,顾家铭,等.高速角接触球轴承保持架稳定性研究进展[J].航空学报,2018,39(7):27-39.
ZHANG Tao, CHEN Xiaoyang, GU Jiaming, et al. Progress of research on cage stability of high-speed angular contact ball bearings[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2018, 39(7):27-39. (in Chinese)
- [2] CAO Hongrui, NIU Linkai, XI Songtao, et al. Mechanical model development of rolling bearing-rotor systems: a review [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 102(1): 37-58.
- [3] STRIBECK R. Ball bearing for various loads[J]. Transactions of the ASME, 1907, 29(1):420-463.
- [4] JONES A. Ball motion and sliding friction in ball bearings[J]. Journal of Basic Engineering, 1959, 81(1):1-12.
- [5] HARRIS T A, KOTZALAS M N. Advanced concepts of bearing technology: rolling bearing analysis[M]. New York: CRC Press, 2006.
- [6] WALTERS C T. The dynamics of ball bearings[J]. Journal of Tribology, 1971, 93(1):1-10.
- [7] GUPTA P K. Dynamics of rolling element bearings: Part III ball bearing analysis[J]. Journal of Lubrication Technology, 1979, 101(3):312-318.
- [8] GUPTA P K, DILL J F, BANDOW H E. Dynamics of rolling element bearings experimental validation of the DREB and RAPIDREB computer programs[J]. Journal of Tribology, 1985, 107(1):132-137.
- [9] GUPTA P K. Frictional instabilities in ball bearings[J]. Tri-

- bology Transactions, 1988, 31(2):258-268.
- [10] GUPTA P K. Modeling of instabilities induced by cage clearances in ball bearings[J]. Tribology Transactions, 1991, 34(1):93-99.
- [11] GUPTA P K. Cage unbalance and wear in ball bearings[J]. Wear, 1991, 147(1):93-104.
- [12] LIU Xiuhai, DENG Sier, TENG Hongfei. Dynamic stability analysis of cages in high-speed oil-lubricated angular contact ball bearings[J]. Transactions of Tianjin University, 2011, 17(1):20-27.
- [13] YE Zhenhuan, WANG Liqin. Cage instabilities in high-speed ball bearings[J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 278/280(1):3-6.
- [14] NIU Linkai, CAO Hongrui, HE Zhengjia, et al. An investigation on the occurrence of stable cage whirl motions in ball bearings based on dynamic simulations[J]. Tribology International, 2016, 103(1):12-24.
- [15] ZHANG Tao, CHEN Xiaoyang, GU Jiaming, et al. Influences of preload on the friction and wear properties of high-speed instrument angular contact ball bearings[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2018, 31(3):597-607.
- [16] CHEN Shijin, CHEN Xiaoyang, ZHANG Tao, et al. Cage motion analysis in coupling influences of ring guidance mode and rotation mode[J]. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 2019, 13(3):JAMDSM 0054.1-JAMDSM0054.13.
- [17] CHEN Shijin, CHEN Xiaoyang, LI Qingqing, et al. Experimental study on cage dynamic characteristics of angular contact ball bearing in acceleration and deceleration process[J]. Tribology Transaction, 2021, 64(1):42-52.
- [18] KARACAY T, AKTURK N. Vibrations of a grinding spindle supported by angular contact ball bearings[J]. Journal of Multibody Dynamics, 2008, 222(1):61-75.
- [19] TIWARI M, GUPTA K, PRAKASH O. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5):757-779.
- [20] HARSHA S P. Nonlinear dynamic analysis of an unbalanced rotor supported by roller bearing[J]. Chaos Solitons and Fractals, 2005, 26(1):47-66.
- [21] HARSHA S P. Nonlinear dynamic analysis of rolling element bearings due to cage run-out and number of balls[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 289(1/2):360-381.
- [22] KANKAR P K, SHARMA S C, HARSHA S P, et al. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on bearing with outer race waviness[M]. New York: American Society of Mechanical Engineers, 2014.
- [23] TIWARI M, GUPTA K, PRAKASH O. Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 238(5):723-756.
- [24] UPADHYAY S H, HARSHA S P, JAIN S C. Analysis of nonlinear phenomena in high speed ball bearings due to radial clearance and unbalanced rotor effects[J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 16(1):65-88.
- [25] ASHTEKAR A, SADEGHI F. Experimental and analytical investigation of high speed turbocharger ball bearings[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2011, 133(12):122501.1-122501.15.
- [26] HIKMET B, NIZAMI A. Vibration modeling of wind turbine shaft as rigid shaft supported by EHL contact ball bearings with overhung disc system[J]. Tribology International, 2020, 151(1):011006.1-011006.12.
- [27] 叶振环. 航空发动机高速滚动轴承动力学行为研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
- YE Zhenhuan. Research on dynamic behavior of high-speed rolling bearing in aeroengines[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013. (in Chinese)
- [28] LI Yamin, CAO Hongrui, NIU Linkai, et al. A general method for the dynamic modeling of ball bearing-rotor systems[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2015, 137(2):021016.1-021016.12.
- [29] WEN Baogang, WANG Meiling, ZHOU Xianwen, et al. Multi-harmonic motions of bearing cage affected by rotor unbalance[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2018, 232(15):2610-2625.
- [30] GUPTA P K. Advanced dynamics of rolling elements[M]. New York: Springer Science and Business Media, 1984.
- [31] 张涛, 陈晓阳, 顾家铭, 等. 高速角接触球轴承保持架不稳定运动机理分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(10):233-241, 268.
- ZHANG Tao, CHEN Xiaoyang, GU Jiaming, et al. Analysis on the unstable movement mechanism of high-speed angular contact ball bearing cages[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(10):233-241, 268. (in Chinese)

(编辑: 陈 越)